

23. September 2019

- Verwenden Sie bitte für jede Aufgabe ein neues Blatt.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden, die Zwischenschritte müssen erläutert werden!

**Aufgabe 1** Bestimmen Sie die Intervalle der Monotonie der Funktion

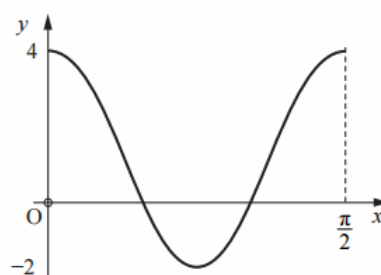
$$f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}, \quad x \neq 0.$$

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$ .

**Aufgabe 2** Berechnen Sie das Integral  $\int_1^e \frac{1}{x(1 + \ln^2 x)} dx$ .

**Aufgabe 3** Ein Frosch und eine Kröte sind in einen 50 Meter tiefen Brunnen gefallen. Jeden Tag klettert der Frosch 32 Meter hoch, und ruht sich über Nacht aus. Während der Nacht rutscht er  $\frac{2}{3}$  seiner Höhe (vom Boden) hinab. Die Kröte klettert täglich 13 Meter vorm Ausruhen. Nachts über rutscht sie  $\frac{1}{4}$  ihrer Höhe (vom Boden) hinab. Bestimmen Sie, ob eine(r) von den Beiden entkommt. Falls ja, am welchen Tag?

**Aufgabe 4** Die folgende Skizze stellt einen Teil des Graphen der Funktion  $y = p \cos qx + r$  dar.



Bestimmen Sie die Werte von  $p$ ,  $q$  und  $r$ .

**Aufgabe 5** Der Punkt  $T = (-2, -5)$  liegt auf dem Kreis  $C$  mit der Gleichung

$$(x + 8)^2 + (y + 2)^2 = 45.$$

- Finden Sie die Gleichung der Tangente  $g$  zum Kreis  $C$  durch den Punkt  $T$ .
- Die Gerade  $g$  aus Teil a) ist auch eine Tangente zur Parabel mit der Gleichung  $y = -2x^2 + px + 1 - p$ , wobei  $p > 3$  ist. Bestimmen Sie den Wert von  $p$ .